

Elementarna matematika 2

Zadaci s vježbi

Šesti tjedan

Zadatak 1. Dan je trapez koji nije paralelogram. Dokažite da mu sjecište produžetaka krakova i polovišta osnovica leže na istom pravcu.

Zadatak 2. Neka je $ABCD$ paralelogram i T točka na dužini \overline{AB} takve da je $4|AT| = |AB|$. Neka je P presjek pravaca AC i TD . U kojem omjeru točka P dijeli \overline{AC} ?

Zadatak 3. Na stranici \overline{AC} trokuta ABC leži točka M za koju je $|AM| : |MC| = 2 : 1$, a na stranici \overline{BC} točka N za koju je $|BN| : |NC| = 3 : 1$. Pravci AN i BM sijeku se u točki T . U kojem omjeru točka T dijeli dužinu \overline{AN} ?

Zadatak 4. Neka su $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ linearno nezavisni vektori.

(a) Jesu li vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{b} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k}$ kolinearni?

(b) Jesu li \vec{a} i \vec{b} komplanarni?

(c) Jesu li $\vec{i} + \vec{j}, \vec{i} - \vec{j}, 2\vec{j}$ komplanarni?

Zadatak 5. Zadani su vektori u prostoru \vec{p} i \vec{q} takvi da je $|\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = \sqrt{3}$ i $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = 30^\circ$. Odredite $|\vec{p} - 2\vec{q}|$.

Zadatak 6. U pravokutnom trokutu ABC duljine stranica trokuta odnose se u omjeru $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$. Dokažite da su dvije njegove težišnice okomite.

Zadatak 7. Izračunajte duljine vektora:

(a) $\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{i} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$, ako je $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ortonormirana baza.

(b) $(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})$, ako je $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$.

Zadatak 8. Izračunajte površinu paralelograma čiji su vrhovi $A = (1, 1, 0), B = (4, 1, 0), C = (2, 2, 0), D = (5, 2, 0)$.